**ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ**
**ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ – ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ**
**ΣΑΒΒΑΤΟ 1 ΙΟΥΝΙΟΥ 2024**

**ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:**
**ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ (ΑΛΓΕΒΡΑ)**

**ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΡΕΙΣ (3)**

## ΘΕΜΑ Α

**Α1.** Αν οι συναρτήσεις $f, g$ είναι παραγωγίσιμες σε ένα σύνολο $A$, να αποδείξετε ότι: $\big(f(x)+g(x)\big)' = f'(x)+g'(x)$.

**Μονάδες 10**

**Α2.** **α)** Έστω $x_1, x_2, \dots, x_\kappa$ οι τιμές μίας μεταβλητής $X$, που αφορά τα άτομα ενός δείγματος μεγέθους $\nu$, όπου $\kappa, \nu$ μη μηδενικοί φυσικοί αριθμοί με $\kappa \leq \nu$. Τι ονομάζεται συχνότητα $\nu_i$ που αντιστοιχεί στην τιμή $x_i$, $i = 1,2,\dots,\kappa$;

**Μονάδες 3**

**β)** Έστω $x_1, x_2, \dots, x_\nu$ οι τιμές μίας ποσοτικής μεταβλητής $X$ ενός δείγματος μεγέθους $\nu$ και $w_1, w_2, \dots, w_\nu$ είναι οι αντίστοιχοι συντελεστές στάθμισης (βαρύτητας). Να γράψετε τον τύπο του σταθμικού μέσου.

**Μονάδες 4**

**Α3.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη **Λάθος,** αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

**α.** Η συνάρτηση $f(x) = |x|$ έχει παράγωγο στο $x_0 = 0$.

**β.** Το διάγραμμα συχνοτήτων χρησιμοποιείται για τη γραφική παράσταση των τιμών μίας ποιοτικής μεταβλητής.

**γ.** Ισχύει $(\eta\mu x)' = \sigma\upsilon\nu x$

**δ.** Οι ποσοτικές μεταβλητές, των οποίων οι τιμές είναι αριθμοί, διακρίνονται σε διακριτές και συνεχείς.

**Μονάδες 8**

**ΘΕΜΑ Β**

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 3x^2 + 5x + \frac{1}{3}$, όπου $x \in \mathbb{R}$.

**Β1.** Να βρείτε την παράγωγο $f'(x)$.

**Μονάδες 4**

**Β2.** Να μελετήσετε τη συνάρτηση $f$ ως προς τη μονοτονία (μον. 6) και να βρείτε το είδος και την τιμή των ακροτάτων (μον. 4).

**Μονάδες 10**

**Β3.** Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της συνάρτησης $f$ στο σημείο με τετμημένη $x_0 = 0$.

**Μονάδες 7**

**Β4.** Να υπολογίσετε το όριο: $\lim\limits_{h\to 0} \frac{f(-1+h)-f(-1)}{h}$.

**Μονάδες 4**

**ΘΕΜΑ Γ**

Το πρωί μίας ημέρας οι τιμές της θερμοκρασίας (σε $^\circ C$) σε 5 πόλεις της Ελλάδας ήταν: $22, 18, 20+\kappa, 14, 16$, όπου $\kappa$ πραγματικός αριθμός.

Ο συντελεστής μεταβολής των παραπάνω τιμών είναι $CV = 20\%$ και η τυπική απόκλιση είναι ίση με $s = \lim\limits_{x\to 1} \frac{x^2+6x-7}{2x-2}$.

**Γ1.** Να δείξετε ότι $s = 4$.

**Μονάδες 6**

**Γ2.** Να δείξετε ότι η μέση τιμή των παραπάνω τιμών της θερμοκρασίας είναι $\bar{x} = 20$.

**Μονάδες 4**

**Γ3.** Να δείξετε ότι $\kappa = 10$ (μον. 6) και να βρείτε τη διάμεσο $\delta$ (μον. 3).

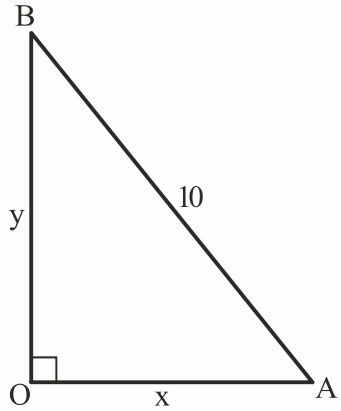
**Μονάδες 9**

**Γ4.** Αν το μεσημέρι της ίδιας ημέρας οι παραπάνω τιμές της θερμοκρασίας αυξήθηκαν κατά 10%, να υπολογίσετε τον συντελεστή μεταβολής των νέων τιμών της θερμοκρασίας.

**Μονάδες 6**

## ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AOB$ με $\widehat{O} = 90°$, κάθετες πλευρές μήκους $(OA) = x$, $(OB) = y$ και υποτείνουσα μήκους $(AB) = 10$.




**Δ1.** Να δείξετε ότι η πλευρά $y$ εκφράζεται ως συνάρτηση του $x$ από τον τύπο: $y = f(x) = \sqrt{100 - x^2}$ (μον. 3) και να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης $f$ (μον. 4).

**Μονάδες 7**

**Δ2.** Να υπολογίσετε τον ρυθμό μεταβολής της συνάρτησης $y = f(x)$, ως προς $x$, όταν $x = 8$.

**Μονάδες 6**

**Δ3.** Να υπολογίσετε το όριο: $\lim\limits_{x \to 6} \frac{f(x)-8}{x-6}$.

**Μονάδες 6**

**Δ4.** Αν $x_1 = 2{,}3$, $x_2 = 3{,}5$ και $x_3 = 2{,}8$ είναι τιμές της πλευράς $x$, να αιτιολογήσετε ότι: $f(x_1) > f(x_3) > f(x_2)$.

**Μονάδες 6**

## ΟΔΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟΥΣ

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). **Να μην αντιγράψετε** τα θέματα στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων, αμέσως μόλις σας παραδοθούν. **Δεν επιτρέπεται να γράψετε** καμιά άλλη σημείωση. Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε **στο τετράδιό σας** σε όλα τα θέματα, **μόνο με μπλε ή μόνο με μαύρο στυλό ανεξίτηλης μελάνης**.
4. Κάθε απάντηση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
5. Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
6. Ώρα δυνατής αποχώρησης: **10.00 π.μ.**

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ**

**ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ**